Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Master spécialisé Gestion Informatique
de l'Entreprise

Adaptation de la méthode du Branch and Bound au problème d'affectation

RÉALISÉ PAR :

HIDRI Dounia
ZAABAK Hind

ENCADRÉ PAR :

Pr. ELMEROUANI Mohamed

BRANCH AND BOUND

Séparation et Evaluation

Un algorithme par séparation et évaluation, ou branch and bound, est une méthode générique de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire.

Séparation

La phase de séparation consiste à diviser le problème en des sous-problèmes qui ont chacun leur ensemble de solutions réalisables de telle sorte que tous ces ensembles forment une partition de l'ensemble S. Ce principe de séparation peut être appliqué de manière récursive à chacun des sous-ensembles de solutions obtenus, et ceci tant qu'il y a des ensembles contenant plusieurs solutions.

Evaluation

L'évaluation d'un nœud de l'arbre de recherche a pour but de déterminer l'optimum de l'ensemble des solutions réalisables associé au nœud en question ou, au contraire, de prouver mathématiquement que cet ensemble ne contient pas de solution intéressante pour la résolution du problème. Lorsqu'un tel nœud est identifié dans l'arbre de recherche, il est donc inutile d'effectuer la séparation de son espace de solutions.

Adaptation de la méthode du Branch and Bound au problème d'affectation

Le "problème d'affectation" consiste à établir des liens entre les éléments de deux ensembles distincts, de façon à minimiser un coût et en respectant des contraintes d'unicité de lien pour chaque élément. On considère m tâches et n agents, avec $n \geq m$. Pour tout couple (i,j) (i = 1 à m, j = 1 à n), l'affectation de la tâche i à j entraîne un coût de réalisation noté $c_{i,j}$ ($c_{i,j} \geq 0$). Chaque tâche doit être réalisée exactement une fois et chaque agent peut réaliser au plus une tâche. Le problème consiste à affecter les tâches aux agents, de façon à minimiser le coût total de réalisation et en respectant les contraintes de réalisation des tâches et de disponibilité des agents .

Exemple d'illustration

Considérons le problème d'affecter quatre postes A, B, C et D à quatre personnes 1, 2, 3 et 4, le cout d'affectation de chaque poste à chaque personne est donné dans la table suivante:

	1	2	3	4
A	9	5	4	5
B	4	3	5	6
C	3	1	3	2
D	2	4	2	6

Stratégie: nous utilisons la stratégie de la meilleure évaluation et, en cas d'égalité, nous utiliserons la stratégie LIFO.

Branchement: ce problème admet 24 solutions réalisables (4!).

Evaluation: on additionne la plus petite valeur de chaque colonne non encore affectée.

Par exemple, au début on a:

z_i = 2+ 1+ 2+ 2= 7 et l'affectation correspondante (DCDC) n'est pas réalisable.

Par contre, si B est affecté à 1 alors on a:

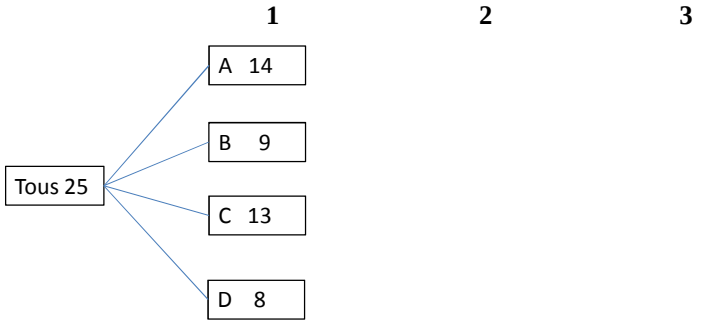
z_i = 4+ (1+ 2+ 2) = 9, l'affectation correspondante (BCDC) n'est pas réalisable.

Et si B est affecté à 1 et C est affecté à 2 alors on a:

z_i = 4+ 1+ (2+ 5) = 12 et l'affectation correspondante (BCDA) est réalisable.

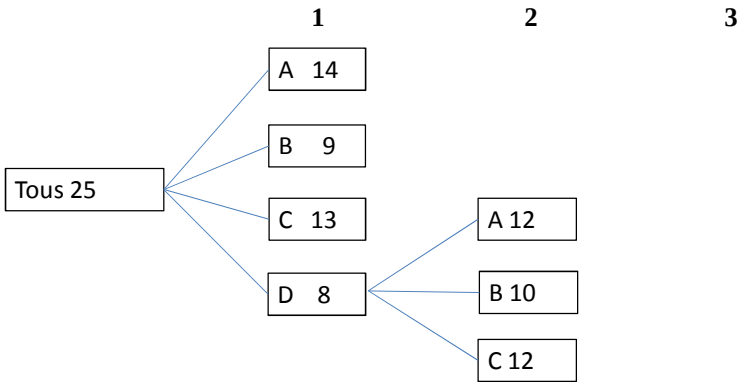
Stérilisation: le critère (a) n'est plus utile (car les 4 sous-ensembles choisis sont non-vides).Par contre, les critères (b) et (c) sont les mêmes.

Apres une première itération on obtient l'arborescence:



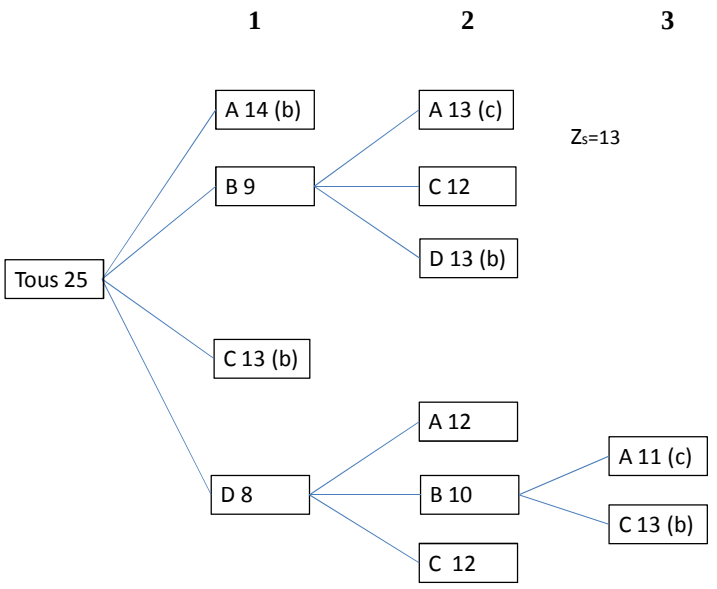
Apres cette première itération, aucun des points ne peut être stérilisé.

Nous utilisons donc la stratégie de la meilleure évaluation pour décider sur quel nœud nous allons séparer. Nous branchons donc sur le nœud D de valeur 8 (D,8) ce qui nous amène a l'arborescence suivante:



Apres cette deuxième itération aucun des points ne peut être stérilisé.

Nous utilisons donc la stratégie de la meilleure évaluation pour décider sur quel nœud nous allons séparer. Nous branchons donc sur le nœud (B,9) ce qui nous amène à l'arborescence suivante:



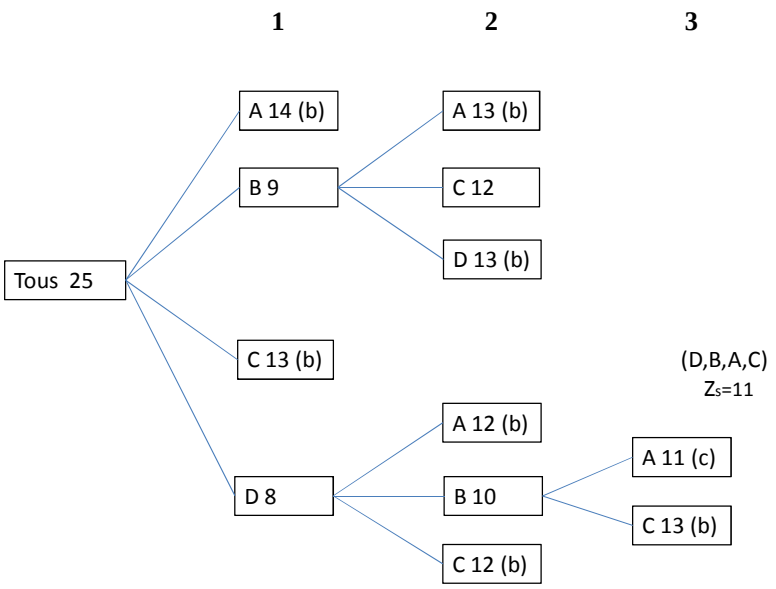
Le nœud (A,13) est stérilisé par le critère (c) et alors que les nœuds (A,14),(D,13),(C,13) sont stérilisés par le critère (b).

La nouvelle meilleure évaluation est 10,nous branchons donc sur le nœud (B,10) ce qui nous amène a deux affectations réalisables : (D,B,A,C) de cout 11 et (D,B,C,A) de cout 13.

Le nœud (A,11) est stérilisé par le critère (c) et alors que les nœuds restants seront stérilisés par le critère (b).

Donc l'affectation optimale est D à 1 ,B à 2, A à 3 et C à 4 avec comme valeur optimale z_s=11.

Ceci est résumé dans l'arborescence suivante:



MERCI