

**Développements limités de quelques fonctions usuelles au voisinage de zéro :**

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

pour  $a > 0$ ,  $a^x = e^{x \log a} = 1 + \frac{x \log a}{1!} + \frac{(x \log a)^2}{2!} + \dots + \frac{(x \log a)^n}{n!} + o(x^n)$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha x}{1!} + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \dots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + o(x^n)$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1 \times 1}{2 \times 4} x^2 + \frac{1 \times 1 \times 3}{2 \times 4 \times 6} x^3 - \dots + (-1)^{n-1} \frac{1 \times 1 \times 3 \times \dots \times (2n-3)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n} x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} x^2 - \dots + (-1)^n \frac{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 2n} x^n + o(x^n)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^p \frac{x^{2p}}{(2p)!} + o(x^{2p+1})$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^p \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!} + o(x^{2p+2})$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} + o(x^{n-1})$$

$$\text{Log}(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + o(x^{n+1})$$

$$\text{Log}(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^{n+1}}{n+1} + o(x^{n+1})$$

Les autres D.L. on les retrouve à partir de ces formules soit par des opérations, soit par changement de variable, soit par des simples substitutions.