Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences Juridiques, Economiques et Sociales
-Tanger-
Annexe Tétouan

Année Universitaire : 2004/2005
Filière : Sc. Economiques & Gestion
Module : Méthodes Quantitatives II
Semestre : Troisième
Enseignant : M. EL MEROUANI.

Contrôle Continue n°2
de Mathématiques II
Durée : 2 heures

Exercice n°1 : **(4 points)**

Montrer que les intégrales impropres suivantes sont convergentes :

$$A=\int_0^{+\infty} e^{-t}dt \quad ; \quad B=\int_0^{+\infty} e^{-(t^2+t)}dt \; .$$

Exercice n°2 : **(10 points)**

On définit une fonction f par :

$$f(x)=\frac{x}{1+e^{1/x}} \quad \text{si} \quad x\neq 0$$

et $f(0)=0$

1. Montrer que la fonction f est continue et admet des dérivées à droite et à gauche pour toute valeur réelle.
2. Etudier les variations de f .
3. Déterminer le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de $\pm\infty$.
4. Construire le graphe de f .

On rappelle le développement limité de la fonction exponentielle à l'ordre n au voisinage de zéro :

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+o(x^n)$$

Exercice n°3 : **(6 points)**

On considère la suite numérique définie par :

$U_n=\frac{1}{2}(U_{n-1}+\frac{1}{U_{n-1}})$ pour n supérieur strictement à 1 et U_1 est un nombre réel supérieur strictement à 0. Montrer que U_n est supérieure strictement à 0 quel que soit n un entier naturel non nul. Montrer que cette suite est décroissante pour $n\geq 2$ et minorée. Pourquoi est-elle convergente? Quelle est sa limite ?