Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique
Pr. Mohamed El Merouani

Année Universitaire: 2009-2010
Filière: Sc. éco. & Gestion
Semestre: deuxième (S2)
Date: 31/05/2010

Contrôle Final
Module: Méthodes Quantitatives II
Elément de module: Analyse Mathématique II
Durée: 2 heures

Exercice 1:

Calculer les intégrales indéfinies suivantes:

$$I=\int \frac{x+1}{x(x-1)(x+2)}dx \quad ; \quad J=\int \frac{5x-1}{(x+2)^2(x^2-1)}dx \quad \text{et} \quad K=\int \frac{x+1}{(x-1)(x^2+1)}dx$$

Exercice 2:

1. Donner un développement limité à l'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction définie par $f(x)=\frac{tg\,x}{x}$.
2. Donner un développement limité à l'ordre 2, au voisinage de 0, de la fonction définie par $g(x)=\text{Log}\left(\frac{tg\,x}{x}\right)$.
3. En déduire $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{tg\,x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

Exercice 3:

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par:

$u_{n+1}=\sin(u_n)$ et $u_0=1$

1. Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N}), 0\leqslant u_n\leqslant 1$.
2. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.
3. En déduire qu'elle est convergente et calculer sa limite.

Exercice 4:

On considère la fonction g définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par:

$$g(x)=\frac{2x^2}{e^x-e^{-x}} \quad \text{pour} \quad x\neq 0 \quad \text{et} \quad g(0)=0 .$$

1. Donner le développement limité de g , à l'ordre 3, au voisinage de 0.
2. Montrer que g est continue et dérivable en 0. Que vaut $g'(0)$?
3. Préciser la position de la courbe représentative de g par rapport à sa tangente en 0.

On donne les développements limités suivantes au voisinage de 0:

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2+\ldots+(-1)^n x^n+o(x^n)$$

$$\sin x=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots+(-1)^p\frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!}+o(x^{2p+2})$$

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots+(-1)^p\frac{x^{2p}}{2p!}+o(x^{2p+1})$$

Bon courage!