Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique

Année Universitaire 2009/2010
Filière : Sciences Éco. & Gestion
Semestre : Premier (S1)
Module : Méthodes Quantitatives 1

Contrôle final d'Analyse Mathématique I
(Durée 2 heures)

I. Règle de L'Hospital :

Calculer les limites suivantes, en utilisant la règle de l'Hospital :

1°) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{x}$ 2°) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sin x}$

II. Théorème des valeurs intermédiaires :

Montrer que l'équation $x^3+3x-1=0$ admet une solution unique sur $[0,+\infty[$.

III. Théorème des accroissements finis :

1) Ecrire la formule des accroissements finis pour la fonction $f(t)=Log\ t$ sur un intervalle $[x, x+1]$ avec $x>0$.

2) En déduire l'inégalité suivante : $\forall x \in \left]0,+\infty\right[, \quad \dfrac{1}{x+1} < Log(x+1) - Log(x) < \dfrac{1}{x}$

IV. Dérivées successives :

1) Calculer la dérivée n$^{\text{ième}}$ de $f(x)=\sin x$.
2) Donner, sans démonstration, la formule de Leibnitz pour le calcul de la dérivée n$^{\text{ième}}$ du produit de deux fonctions.
3) Calculer la dérivée n$^{\text{ième}}$ de la fonction $g(x)=x^2\sin x$.

V. Fonctions réciproques :

On considère la fonction $f(x)=\sqrt{1+x}\sin x$ pour $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$.

1) Montrer que f est strictement croissante sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$.
2) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1}.

Bon courage !