Propriétés de petit o, au voisinage de zéro

Prof. Mohamed El Merouani

Propriété 1 :
Au voisinage de zéro

$$x = o(1); \qquad x^2 = o(x); \qquad x^3 = o(x^2); \; \cdots \text{ etc.}$$

Remarque :
A l'infini, on a le contraire, $x = o(x^2); x^2 = o(x^3); \cdots$ etc.
En général, au voisinage de l'infini, on a : $x^n = o(x^p)$ pour $n \leq p$

Propriété 2 :
Soient $n, p \in \mathbb{N}$; $n \leq p$. Au voisinage de zéro :

$$o(x^n) + o(x^p) = o(x^n)$$

$$\text{et} \quad o(x^n) - o(x^p) = o(x^n)$$

Propriété 3 :
Soient $n, p \in \mathbb{N}$; Au voisinage de zéro :

$$x^p o(x^n) = o(x^{n+p})$$

Propriété 4 :
Soient $n, p \in \mathbb{N}$. Au voisinage de zéro :

$$o(x^n) \cdot o(x^p) = o(x^{n+p})$$

Attention !

$$o(x^n) \cdot o(x^n) = o(x^n)$$

Propriété 5 :
Soient $n, p \in \mathbb{N}$; $n \geq p$. Au voisinage de zéro :

$$\frac{o(x^n)}{x^p} = o(x^{n-p})$$