Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique

Année Universitaire : 2011/2012
LEF Sc. Éco. & Gestion
Semestre : Sixième (S6)
Parcours : Gestion

Contrôle final d'Analyse de données

Durée : 1 heure 30 min

Problème n°1 : (Analyse en Composantes Principales Normées)

On considère le tableau de données X de type (3,2) suivant:

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Donner le tableau des données centrés et réduites (normées).
2) Déterminer la matrice des corrélations Γ.
3) Diagonaliser la matrice Γ. On note λ_1 et λ_2 ses valeurs propres avec $\lambda_1 > \lambda_2$.
4) Déterminer F_i les axes factoriels. Donner le vecteur unitaire u_i de chaque axe F_i.
   Vérifier que ces axes sont perpendiculaires.
5) Ecrire la matrice diagonale des valeurs propres Λ et calculer sa trace tr(Λ) et vérifier que tr(Λ)=tr(Γ).

Problème n°2 : (Analyse Factorielle des Correspondances)

Au cours d'une enquête sur un échantillon de taille 60, on a obtenu le tableau de contingence suivant:

Ensemble *I* (Individus)	**Ensemble *J* (paramètres)**	
	1	**2**
1	**10**	**10**
2	**5**	**15**
3	**15**	**5**

Réaliser une Analyse Factorielle des correspondances (AFC) sur ces données, en répondant aux questions suivantes :

1) Donner le tableau des probabilités conjointes et marginales, associé au tableau précédent. (Conseil : Utiliser des fractions au lieu des nombres décimales !)
2) Dans l'espace IR^2, on représente un nuage $B(I)$ des points M_i avec $i \in I$ de coordonnées suivant des axes normalisés.
   a) Donner tous les points M_i du nuage $B(I)$ en explicitant leurs coordonnées.
   b) Calculer la distance χ^2 entre les différentes paires des points de nuage $B(I)$.
3) a) Déterminer la matrice des variances-covariances W du nuage $B(I)$.
   b) Déterminer les valeurs propres de la matrice W.
   c) En déduire la variabilité totale du nuage $B(I)$.
4) On projette, maintenant, le nuage $B(I)$ orthogonalement sur un axe, et on note $C(I)$ le nuage projeté. Donner la variabilité totale de nuage projeté $C(I)$.
5) Calculer la variabilité expliquée par la projection du nuage $B(I)$.

Bon courage !