

Contrôle Écrit de Méthodes de Prévision
Durée : 2 heures

Exercice n°1 :

Soit le modèle $Y_t = Y_{t-1} + \epsilon_t - \epsilon_{t-1}$

1°) Exprimer ce modèle comme un modèle AR() en donnant les expressions de ses coefficients (α_i) en fonction de ϵ_t

2°) Montrer que si le modèle est inversible, alors quelque soit ϵ_t , on a $\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i = 1$

Exercice n°2 :

Soit le modèle AR(2) suivant :

$$Y_t = 0.7Y_{t-1} + 0.2Y_{t-2} + \epsilon_t$$

On sait que $\epsilon_t^2 = 3$

1°) Ce modèle est-il stationnaire ?

2°) Est-il inversible ?

3°) Calculer ses cinq premières auto-covariances.

4°) Calculer ses cinq premières auto-corrélations.

5°) Calculer les coefficients $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_5$ du modèle MA() correspondants au modèle AR(2).

Exercice n°3 :

Soit le modèle MA(2):

$$Y_t = \epsilon_t - \alpha_1 \epsilon_{t-1} - \alpha_2 \epsilon_{t-2}$$

1°) Retrouver, pour différentes valeurs de α_1, α_2 , les valeurs des auto-covariances et des auto-corrélations de ce modèle.

2°) Montrer par la méthode de décomposition des fractions et sous la condition d'inversibilité que l'on peut passer d'un MA(2) à un AR().

3°) On donne pour ce modèle $\alpha_1 = 0,6$ et $\alpha_2 = 0,3$ les racines de l'équation caractéristique

$$\lambda^2 - \alpha_1 \lambda - \alpha_2 = 0. \text{ Peut-on déterminer les valeurs de } \lambda_1 \text{ et } \lambda_2?$$

Bonne chance !