SMA_SMI 2019_2020
Probabilité et Statistique

Série 1

EX1. Soient A, B et C trois événements. Montrer que :

i) $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - [P(A\cap B) + P(A\cap C) + P(B\cap C)] + P(A\cap B \cap C)$

ii) $P(A - B) = P(A) - P(A\cap B)$

EX2. Trois personnes essayent indépendamment de déchiffrer un message codé. Les probabilités que chacune le déchiffre sont respectivement $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$.
Quelle est la probabilité que le message soit déchiffré ?

EX3. Soit l'expérience aléatoire " jeter une pièce de monnaie 3 fois ".

i) Donner l'ensemble fondamental.

ii) On considère les événements suivants :

A " Face apparaît exactement 2 fois "

B " Face apparaît au moins 2 fois "

C " Face apparaît lorsque pile est apparaît au moins une fois "

a) Donner les éléments des événements A, B et C.

b) Décrire les événements $\bar{A}\cap B$, $\bar{A}\cap\bar{B}$ et $A\cap C$.

EX4. Une enquête effectuée auprès de 400 étudiants pourtant sur la lecture de deux publications hebdomadaires "Tel Quel" et "Al Ayam" a donné les résultats suivants :

165 lisent "Tel Quel", 240 lisent "Al Ayam" et 90 lisent les deux

Si un de ces étudiants est choisi au hasard. Quelle est la probabilité

a) Qu'il lise l'un ou l'autre des deux hebdomadaires ?

b) Qu'il lise uniquement "Al Ayam" ?

c) Ne lire ni "Tel quel" ni "Al Ayam" ?

EX5

1. Énoncer et démontrer la formule de Bayes pour un système complet d'événements.
2. On dispose de 100 dés dont 25 sont pipés (c'est-à-dire truqués).

   Pour chaque dé pipé, la probabilité d'obtenir le chiffre 6 lors d'un lancer vaut $\frac{1}{2}$.

   (a) On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé et on obtient le chiffre 6.
   Quelle est la probabilité que ce dé soit pipé ?

   (b) Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
   On tire un dé au hasard parmi les 100 dés. On lance ce dé n fois et on obtient n fois le chiffre 6.
   Quelle est la probabilité p_n que ce dé soit pipé ?

   (c) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n$. Interpréter ce résultat.

EX6 On dispose de deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U_1 contient deux boules blanches et trois boules noires.
L'urne U_2 contient quatre boules blanches et trois boules noires.
On effectue des tirages successifs dans les conditions suivantes :
on choisit une urne au hasard et on tire une boule dans l'urne choisie.
On note sa couleur et on la remet dans l'urne d'où elle provient.
Si la boule tirée était blanche, le tirage suivant se fait dans l'urne U_1.
Sinon le tirage suivant se fait dans l'urne U_2.
Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on note B_n l'événement « la boule tirée au $n^{\text{ième}}$ tirage est blanche » et on pose $p_n = P(B_n)$.

1. Calculer p_1.
2. Prouver que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $p_{n+1} = -\frac{6}{35}p_n + \frac{4}{7}$.
3. En déduire, pour tout entier naturel n non nul, la valeur de p_n.