Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de Statistique et Informatique

Année Universitaire : 2008/2009
LF Sciences Économiques & Gestion
Semestre 3
Module : Méthodes Quantitatives II

Contrôle final de Mathématiques II

Durée : 2 heures

Problème n°1 :

Monter que, dans IR^3, trois vecteurs qui sont deux à deux orthogonaux, forment une base.

Problème n°2 :

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 6 \\ -2 & 7 & -6 \\ -1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que la matrice A est inversible et calculer son inverse.
2. Soit le système d'équations linéaires:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 6x + 7y + 4z = 2 \\ 6x - 6y - 4z = 3 \end{cases}$$

   a) Donner l'écriture matricielle de système en fonction de la matrice A.
   b) Résoudre le système par la méthode matricielle en utilisant la question n°1.

Problème n°3 :

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer le polynôme ou l'équation caractéristique de la matrice M.
2. Calculer les valeurs propres de M et les sous-espaces propres associés.
3. Montrer que M est diagonalisable.
4. On considère la matrice $N = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

   a) Montrer que N admet les mêmes valeurs propres que M.
   b) Prouver qu'il existe une matrice inversible P telle que $N=PMP^{-1}$ et donner explicitement une telle matrice P.