Solution de l'exercice 1.1 page9

1)-

Les propriétés d'associativités et de commutativité résultant de l'associativité et de la commutativité de l'addition de nombre réels :

$(x,y)+(x',y')=(x+x',y+y')$

$=(x'+x,y+y')$

$=(x',y')+(x,y)$

→Associativité :

$(x,y)+(x',y')+(x'',y'')=(x,y)+\{(x',y')+(x'',y'')\}$

→l'élément neutre

$(x,y)+(e,e')=(x+e,x'+e')$

$(x+e,y+e')=(x,y) \rightarrow x+e=x$ et $y+e'=y \rightarrow e=e'=0$ l'élément neutre est$(0,0)$

→le symétrique de (x,y) s'il existe doit vérifier :

$(x,y)+(x'+y')=(0,0) \rightarrow (x+x',y+y')=(0,0) \rightarrow x+x'=0$ et $y+y'=0 \rightarrow x'=-x$ et $y'=-y$,

l'élément symétrique de (x,y) est $(-x,-y)$;

donc IR^2 muni de l'addition vectorielle <u>est un groupe commutatif.</u>

2)-

→Associativité :

$\lambda(\mu(x,y))=(\lambda,\mu)(x,y)$

$\lambda(\mu(x,y))=(\mu x, \lambda y/u)$

$=(\lambda\mu x, \lambda y/\mu)$

Soient$(x,y)\in R^2$ et $\alpha,\mu\in R$

$\alpha(\mu(x,y))=(\alpha\mu)(x,y)$

$\alpha(\mu(x,y))=\alpha(\mu x,y/\mu)=\alpha\mu x,y/\alpha\mu \rightarrow (\alpha\mu)(x,y)=(\alpha\mu x,y/\alpha\mu)$

la distribution par l'addition vectorielle :

$(\lambda(x,y)+(x',y'))=\lambda(x,y)+\lambda(x',y')$

$\lambda\{(x,y)+(x',y')\}=\lambda(x+x',y+x')$

$=\lambda(x+x')\ ;(y+y'/\lambda)$

$=(\lambda x+\lambda x'\ ;y/\lambda+y'/\lambda)$

$=(\lambda x,y/\lambda)(\lambda x'\ ;y'/\lambda)$

$=\lambda(xy)+\lambda(x',y')$

→Elément neutre :

$1(x,y)=(x,y)$

$1(x,y)=(1x,y/1)=(x,y)$

Distributivité par l'addition des scalaires :

$(\lambda+\mu)(x,y)=\lambda(x,y)+\mu(x,y)$

$(\lambda+\mu)(x,y)x,y/\lambda+\mu)$

$\lambda(x,y)+\mu(x,y)=(\lambda x,y/\lambda)+(\mu x+y/\lambda)$

$=(\lambda+\mu x,y/\lambda+y/\mu)$

$=(\lambda+\mu)x,y/\mu+y/\mu$

Comme en général : $1/\lambda+\mu=1/\lambda+1/\mu$

→L'egalité$(\lambda,\mu)(x,y)=\lambda(x,y)+\mu(x,y)$

n'est pas vérifiée, ce ci implique R^2 muni de cas deux loi <u>n'est pas espace vectoriel.</u>