Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan
Département de statistique et Informatique

Contrôle continu de Mathématiques II

Année universitaire: 2008/ 2009

Exercice 01:

On considère les trois vecteurs de IR^3 suivants:

$u=(1, 3, 2)$; $v=(1, -2, 0)$ et $w=(2, 1, 3)$.

Montrer que ces vecteurs forment une base de IR^3.

Exercice 02:

Montrer que l'ensemble

$$F = \{(x, y, z) \in IR^3 / x - z = z + y\}$$

est un sous-espace vectoriel de IR^3.

Exercice 03:

Démontrer que les vecteurs $(1, a, a^2)$; $(1,b,b^2)$; $(1,c,c^2)$ sont linéairement indépendants si et seulement si, $a \neq b$, $a \neq c$ et $b \neq c$.

Exercice 04:

On considère les trois vecteurs de IR^3 suivants:

$u=(1, 2, 3)$; $v=(2, -1, 4)$; $w=(3, \alpha, 4)$ avec $\alpha \in$ IR.

Pour quelles valeurs de α le système $\{u, v, w\}$ est libre?

Exercice 05:

Déterminer le rang de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

M est-elle inversible? Justifier votre réponse.

Exercice 06:

Donner l'écriture matricielle et résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 4 \\ x - 4y + z = 3 \end{cases}$$

Exercice 07:

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer A^2 et vérifier que $A^2=A+2I$.
2. En déduire que A est inversible et exprimer la matrice inverse A^{-1} en fonction de A et de I.

Exercice 08:

Résoudre, par la méthode matricielle, le système suivant:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 5x + 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

Exercice 09:

Calculer l'inverse de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Exercice 10:

Soit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A est-elle inversible? Si oui, calculer sa matrice inverse A^{-1} .

Exercice 11:

- On considère un espace vectoriel réel E.
- Soient x et y deux vecteurs **orthogonaux** de E.
- Montrer qu'ils sont *libres*.

Exercice 12:

Déterminer le rang de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$