

UNIVERSITÉ ABDELMALEK ESSAADI

SESSION DU JUILLET, 2011
Faculté Polydisciplinaire de Tétouan

MÉTHODES QUANTITATIVES IV
ALGÈBRE II

—

(Durée: 01:30 heures)

NOTE: Répondre à tous les exercices. Votre réponse doit être **justifiée rigoureusement**. Remplir la page 2 et la rendre avec vos démonstrations.

1. Vérifier si les vecteurs de $M_2(\mathbb{R})$ sont linéairement indépendants ou non.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

(3 points)

2. Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ une application linéaire telle que:

$$(1, 1, 0) \in \text{Ker}(f), \quad f(0, 1, 1) = (1, 0) \quad \text{et} \quad f(0, 0, 2) = (2, 2).$$

- (a) Déterminer $f(x, y, z)$.
- (b) Trouver la matrice associée à f relativement aux bases canoniques.
- (c) Trouver une base et la dimension du $\text{Ker}(f)$ et $\text{Im}(f)$.
- (d) Trouver l'ensemble des vecteurs dont l'image est le vecteur $(0, 1)$. Est-il un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 ?

(10 points)

3. On considère la matrice $E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2\beta & 2 \\ 2 & -1 & -4 & \alpha \end{pmatrix}$.

- (a) Calculer le rang de la matrice E selon les valeurs des paramètres réels α et β .
- (b) Pour quelles valeurs des paramètres réels α et β , existe au moins une solution du système d'équation linéaire $Ax = B$ ($(A/B) = E$). Trouver cette solution. (7 points)

