

T.D. de Probabilités et Statistiques

Série n°1

Exercice 1 :

Soient m opérateurs et n appareils numérotés ($m \leq n$) qu'ils peuvent soumettre à l'entretien. Chaque opérateur choisit au hasard et avec la même probabilité un appareil, mais sous la condition qu'aucun des appareils ne puisse être desservi par plus d'un opérateur.

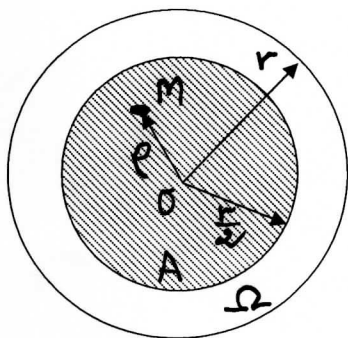
Trouver la probabilité pour que les appareils choisis pour l'entretien aient les numéros 1, 2, ..., m .

Exercice 2 :

Un bureau de poste a reçu 4 télégrammes ; il existe en tout 4 voies de communication. Les télégrammes sont répartis au hasard entre les voies.

Trouver la probabilité de l'événement $A = \{\text{trois télégrammes sont transmis par une voie, un télégramme, par une autre voie, les deux voies restantes demeurent disponibles}\}$.

Exercice 3 :



Soit sur l'écran circulaire d'un radar, de rayon r , l'image ponctuelle M de l'objet (voir figure), qui occupe une position aléatoire dans le cadre de l'écran, aucune des régions de ce dernier n'étant préférentielle (l'image de l'objet se projette sur l'écran au hasard). On envisage l'événement A qui consiste en ce que la distance ρ du point M au centre de l'écran soit inférieure à $r/2$: $A = \{\rho < r/2\}$.

Trouver la probabilité de cet événement.

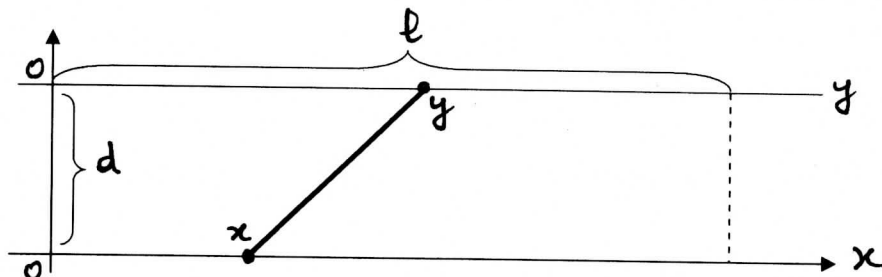
Exercice 4 :

Deux signaux d'une durée $\tau < 1/2$ chacun, sont transmis par le canal radioélectrique pendant un intervalle de temps $(0 ; 1)$; chacun d'eux commence avec la même probabilité à n'importe quel instant de l'intervalle $(0 ; 1 - \tau)$. Si les signaux se chevauchent ne serait-ce qu'en partie ; ils se perturbent tous les deux et ne peuvent être reçus.

Trouver la probabilité pour que les signaux soient reçus sans perturbations.

Exercice 5 :

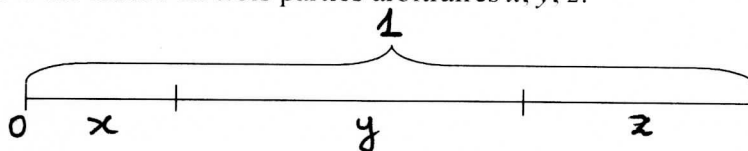
Soient deux lignes parallèles de communication téléphonique de longueur ℓ séparées par une distance $d < \ell$. On sait que chacune d'elles présente quelque part (on ne sait pas juste où) une rupture.



Trouver la probabilité pour que la distance R entre les points de rupture ne soit pas supérieure à a
($d < a < \sqrt{\ell^2 + d^2}$)

Exercice 6 :

Une tige de longueur 1 est cassée en trois parties arbitraires x, y, z .



Trouver la probabilité pour que les tronçons obtenus permettent de composer un triangle.

Exercice 7 :

Un message transmis par une voie de communication compte n signe (symboles). Pendant la transmission chaque signe est perturbé indépendamment des autres avec une probabilité p . Pour rendre la transmission plus sûre le message est répété k fois.

Trouver la probabilité pour qu'au moins un des messages transmis ne soit perturbé en aucun de ses signes.

Exercice 8 :

Soient trois urnes d'aspect extérieur identique. La première contient a boules blanches et b noires ; la deuxième, c boules blanches et d noires ; la troisième ne contient que des boules blanches. Une personne s'approche au hasard de l'une des urnes et en tire une boule.

Trouver la probabilité pour que la boule soit blanche.

Exercice 9 :

Soient trois urnes : la première contient a boules blanches et b noires ; la deuxième, c boules blanches et d noires ; la troisième k boules blanches (pas de boules noires). Une personne choisit au hasard une urne et en tire une boule. Cette boule s'est avérée blanche.

Trouver la probabilité pour que cette boule soit tirée : 1°) de la première, 2°) de la deuxième, et 3°) de la troisième urne.

Exercice 10 :

Un appareil se compose de deux ensembles ; le fonctionnement de chacun d'eux est absolument nécessaire pour assurer le service de l'appareil tout entier. La fiabilité (probabilité de fonctionnement sans défaillance pendant un temps t) du premier ensemble est p_1 , du deuxième, p_2 . L'appareil a été mis à l'essai pendant un temps t , ce qui a permis d'établir qu'il est en panne.

Trouver la probabilité pour que le premier ensemble soit seul à subir une défaillance, alors que le deuxième en bon état.