Université Abdelmalek Essaâdi **Année universitaire : 2013/2014**
ENSA de Tétouan **1ère année de cycle ingénieur**

T.D. de Probabilités et Statistiques
Série n°4

Exercice 1:
1)Soit X une v.a. telle que $E(X)=\mu$ et $Var(X)=\sigma^2$ existent. Monter que pour tout ε réel ($\varepsilon>0$) on a :
$P(|X-\mu|\geq\varepsilon)\leq\frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$ (Inégalité de Bienaymé-Tchebychev)

2) Soient X et Y deux v.a. Montrer que $|E(XY)|\leq\sqrt{E(X^2)E(Y^2)}$ (Inégalité de Schwartz) .

Exercice 2:
1)Soient X_1 et X_2 deux v.a. indépendantes qui suivent respectivement des lois binomiales $B(n_1,p)$ et $B(n_2,p)$. Monter que leur somme X_1+X_2 suit une binomiale $B(n_1+n_2,p)$.
2)Soeint X et Y deux v.a. indépendantes suivant toutes les deux une loi de Poisson de paramètre λ. Montrer que la v.a. $Z=X+Y$ suit aussi une loi de Poisson de paramètre 2λ.

Exercice 3:
Former la fonction génératrice des moments $M(t)=E(e^{tX})$ et en déduire l'espérance et la variance de la v.a. X quand celle-ci suit :
1) une loi binomiale $B(n,p)$.
2) une loi de Poisson de paramètre λ.
3) une loi géométrique de paramètre p.

Exercice 4 :
Donner la fonction génératrice des moments $M(t)=E(e^{tX})$ de la v.a. X quand celle-ci suit :
1) une loi uniforme continue sur un intervalle $[a,b]$.
2) une loi normale centrée réduite $N(0,1)$.
3) une loi normale $N(\mu, \sigma)$.

Exercice 5 :
Soient X_1 et X_2 deux v.a. indépendantes suivant des lois normales $N(\mu_1,\sigma_1)$ et $N(\mu_2,\sigma_2)$ respectivement. Montrer que la v.a. X_1+X_2 suit alors une loi normale $N\left(\mu_1+\mu_2,\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2}\right)$.

Exercice 6:
1)Soient n v.a. indépendantes $X_i\sim N(0,1)$ (i=1,2,…,n). Montrer que la v.a. $Z=\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ suit une loi du khi-deux à n degrés de liberté.
2)Soient deux v.a. indépendantes X et Y telles que $X\sim N(0,1)$ et $Y\sim\chi^2(n)$. Montrer que la v.a $T=\frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{n}}}$. suit une loi de Student à n degrés de liberté.
3)Soient deux v.a. indépendantes X et Y telles que $X\sim\chi^2(p)$ et $Y\sim\chi^2(q)$. Montrer que la v.a. F $F=\frac{\frac{X}{p}}{\frac{Y}{q}}$ suit une loi de Fisher à p et q degrés de liberté.